ఈనాడు
గురువారం 23 ఏప్రిల్ 2020 ■ email: help@eenadupratibha.net
ప్రతిభ

ఆ త్రిభుజం వైశాల్యం ఎంత?

నిరూపక జ్యామితి

మోడల్ - I : A (x_1, y_1) B (x_2, y_2) AB రేఖా ఖండాన్ని బిందువు P(x, y) అంతరంగా $m_1 : m_2$ నిష్పత్తిలో విభజిస్తుందని అనుకొంటే

$$(x, y) = \left(\frac{m_1x_2 + m_2x_1}{m_1 + m_2}, \frac{m_1y_2 + m_2y_1}{m_1 + m_2}\right)$$

ఉదాహరణ: బిందువులు A (–6, 10), B (3, –8) లచే ఏర్పడే రేఖాఖండాన్ని బిందువు (–4, 6) ఏ నిష్పత్తిలో విభజిస్తుంది?

1) 2 : 7 2) 7 : 2 3) 3 : 5 4) 5 : 3

సాధన: AB రేఖా ఖండాన్ని బిందువు (–4, 6) అంతరంగా $m_1 : m_2$ నిష్పత్తిలో విభజిస్తుందని అనుకొంటే

$$(-4, 6) = \left(\frac{3m_1 - 6m_2}{m_1 + m_2}, \frac{-8m_1 + 10m_2}{m_1 + m_2}\right)$$

కాబట్టి $-4 = \frac{3m_1 - 6m_2}{m_1 + m_2}$, $6 = \frac{-8m_1 + 10m_2}{m_1 + m_2}$

$\frac{-4}{1} = \frac{3m_1 - 6m_2}{m_1 + m_2}$ (అడ్డ గుణకారం చేస్తే)

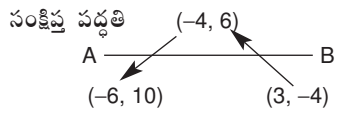
$-4m_1 - 4m_2 = 3m_1 - 6m_2$

$-4m_2 + 6m_2 = 3m_1 + 4m_1$

$2m_2 = 7m_1 \Rightarrow \frac{m_1}{m_2} = \frac{2}{7}$

$m_1 : m_2 = 2 : 7$ అవుతుంది

సంక్షిప్త పద్ధతి



$-4 - (-6) : 3 - (-4)$

$2 : 7 \quad -4 + 6 : 3 + 4$

రచయిత
బిజ్జుల విష్ణువర్ధన్ రెడ్డి
విషయ నిపుణులు

పోటీపరీక్షల ప్రత్యేకం

గణితం

మోడల్ - II

$A(x_1, y_1)$ $B(x_2, y_2)$ $C(x_3, y_3)$ శీర్షాలుగా ఉన్న త్రిభుజ వైశాల్యం

$$= \frac{1}{2}|x_1 (y_2 - y_3) + x_2 (y_3 - y_1) + x_3 (y_1 - y_2)|$$

ఉదాహరణ: బిందువులు (1, – 1) (–4, 6) (–3, – 5) శీర్షాలుగా గల త్రిభుజం యొక్క వైశాల్యం కనుక్కోండి?

1) 14 చ.మీ. 2) 24 చ.మీ.
3) 18 చ.మీ. 4) 28 చ.మీ.

సాధన: ΔABC త్రిభుజ శీర్షాలు A(1, –1) B (–4, 6) C (–3, –5)లు అనుకుంటే దాని వైశాల్యం కనుక్కోడానికి సూత్రం.

$$= \frac{1}{2}|x_1 (y_2 - y_3) + x_2 (y_3 - y_1) + x_3 (y_1 - y_2)|$$

$$= \frac{1}{2}|1 (6 - (-5) - 4 (-5 - (-1) - 3 (-1 - 6)|$$

$$= \frac{1}{2}|1 (6 + 5) - 4 (-5 + 1) - 3(-7)|$$

$$= \frac{1}{2}|1 (11) - 4 (-4) - 3 (-7)|$$

$$= \frac{1}{2}|11 + 16 + 21|$$

$$= \frac{1}{2}|48| \Rightarrow \frac{48}{2} \Rightarrow 24 \text{ చ.మీ.}$$

సంక్షిప్త పద్ధతి: A(1, –1) B(– 4, 6) C(–3, –5)

$$= \frac{1}{2}\begin{vmatrix} -3 & -1 & -5 & -(-1) \\ -4 & -1 & 6 & -(-1) \end{vmatrix}$$

$$= \frac{1}{2}\begin{vmatrix} -4 & -4 \\ -5 & 7 \end{vmatrix} = \frac{1}{2}|-28 - 20| = 24 \text{ చ.మీ.}$$

మోడల్ - III

$A(x_1, y_1)$, $B(x_2, y_2)$ $C(x_3, y_3)$ $D(x_4, y_4)$ లు ఒక చతుర్భుజం యొక్క శీర్షాలు అయితే దాని వైశాల్యం కనుక్కోడానికి సూత్రం.

$$= \frac{1}{2}|x_1 (y_2 - y_4) + y_2 (y_3 - y_1) + x_3 (y_4 - y_2) + x_4 (y_1 - y_3)|$$

ఉదాహరణ: బిందువులు A(–5, 7), B(– 4, – 5) C(–1,– 6), D(4, 5)లు ఒక చతుర్భుజం యొక్క శీర్షాలు అయితే వైశాల్యం కనుక్కోండి?

1) 52 చ.మీ. 2) 62 చ.మీ.
3) 72 చ.మీ. 4) 82 చ.మీ.

సాధన: చతుర్భుజ భుజాలు A(–5, 7) B(–4, –5) C(–1, –6), D(4, 5) వైశాల్యం కనుక్కోడానికి సూత్రం

$$= \frac{1}{2}|x_1 (y_2 - y_4) + y_2 (y_3 - y_1) + x_3 (y_4 - y_2) + x_4 (y_1 - y_3)|$$

$$= \frac{1}{2}|-5 (-5 - 5) - 4 (-6 - 7) - 1 (5 - (-5)) + 4 (7 - (-6))|$$

$$= \frac{1}{2}|-5 (-10) - 4(-13) - 1 (5 + 5) + 4 (7 + 6)|$$

$$= \frac{1}{2}|50 + 52 - 10 + 52|$$

$$= \frac{1}{2}|154 - 10| \Rightarrow \frac{144}{2} \Rightarrow 72 \text{ చ.యూ}$$

సంక్షిప్త పద్ధతి

A(–5, 7) B(– 4, – 5) C(–1 –6) D(4, 5)

$$= \frac{1}{2}\begin{vmatrix} 4 & +4 & 5 & +5 \\ -1 & +5 & -6 & -7 \end{vmatrix} = \frac{1}{2}\begin{vmatrix} 8 & 10 \\ 4 & -13 \end{vmatrix}$$

$$= \frac{1}{2}|-104 - 40| = \frac{144}{2} = 72$$

మోడల్ - IV

$A(x_1, y_1)$ బిందువు గుండా వెళుతూ m వాలు కలిగిన సరళరేఖ సమీకరణం $(y - y_1) = m (x - x_1)$

ఉదాహరణ: (–2, 3) బిందువు గుండాపోతూ $\frac{3}{4}$ వాలు కలిగిన సరళరేఖ సమీకరణం కనుక్కోండి?

1) $3x - 4y + 18 = 0$ 2) $4x - 3y + 18$
3) $2x + 6y + 14$ 4) $4x + 2y + 9 = 0$

సాధన: (–2, 3) బిందువు గుండాపోతూ $\frac{3}{4}$ వాలు కలిగిన సరళరేఖ సమీకరణం కనుక్కోడానికి సూత్రం

$(y - y_1) = m (x - x_1)$

$(y - 3) = \frac{3}{4}(x - (-2))$

$4(y - 3) = 3 (x + 2) \Rightarrow 4y - 12 = 3x + 6$

$3x - 4y + 6 + 12 = 0$

$3x - 4y + 18 = 0$

సంక్షిప్త పద్ధతి

$\frac{3}{4}$, (–2, 3), $3x - 4y = 3(-2) - 4(3)$

$3x - 4y = -6 - 12 \Rightarrow 3x - 4y + 18 = 0$

లవం x, హారం y

మోడల్ - V

$A(x_1, y_1)$ $B(x_2, y_2)$ బిందువుల గుండా వెళ్లే సరళరేఖ సమీకరణం $(x - x_1)(y_2 - y_1) = (y - y_1)(x_2 - x_1)$

ఉదాహరణ: (2, –3) (4, –7) బిందువుల గుండా వెళ్లే సరళరేఖ సమీకరణం కనుక్కోండి?

1) $2x + y - 1 = 0$ 2) $x + 2y - 1 = 0$
3) $2x - y + 1 = 0$ 4) $x - 2y + 1 = 0$

సాధన: (2, –3) (4, –7) బిందువుల గుండావెళ్లే సరళరేఖ సమీకరణాన్ని కనుక్కునేందుకు సూత్రం $(x - x_1)(y_2 - y_1) = (y - y_1)(x_2 - x_1)$

$(x - 2)(-7 - (-3)) = (y - (-3))(4-2)$

$(x - 2)(-7 + 3) = (y + 3)(2)$

$(x - 2)(-4) = (y + 3)(2)$

$4x + 8 = 2y + 6$

$4x + 2y + 6 - 8 = 0$

$4x + 2y - 2 = 0 \Rightarrow 2x + y - 1 = 0$

సంక్షిప్త పద్ధతి

(2) (2, –3) / (4, –7) (1)

$4x + 2y = 4(2) + 2(-3)$

$4x + 2y = 8 - 6 \Rightarrow 4x + 2y - 2 = 0$

$2x + y - 1 = 0$

మోడల్ - VI

$A(x_1, y_1)$ $B(x_2, y_2)$ బిందువుల గుండావెళుతూ (x, y) బిందువులకు లంబంగా ఉండే సరళరేఖ సమీకరణం

ఉదాహరణ: A(2, –5) B(4, –6) బిందువు గుండా వెళుతూ (–1, 3) బిందువుకు లంబంగా ఉండే సరళ రేఖ సమీకరణం కనుక్కోండి?

1) $x - 2y + 5 = 0$ 2) $2x - y + 5 = 0$
3) $x + 2y + 5$ 4) $2x + y - 5 = 0$

సాధన: $A(x_1, y_1)$ $B(x_2, y_2)$ బిందువు గుండా వెళ్లే సరళరేఖ సమీకరణానికి సూత్రం

$(x - x_1)(y_2 - y_1) = (y - y_1)(x_2 - x_1)$

$(x - 2)(-6 - (-5)) = (y - (-5))(4 - 2)$

$(x - 2)(-6 + 5) = (y + 5)(2)$

$(x - 2)(-1) = (y + 5)(2)$

$-x + 2 = 2y + 10 \Rightarrow x + 2y + 10 - 2 = 0$

$x + 2y + 8 = 0$ దీనికి లంబంగా ఉండే

$2x - y + k = 0$ సమీకరణం (–1, 3) గుండావెళుతుంది

$2(-1) - 3 + k = 0 \Rightarrow k = 5$

అప్పుడు లంబంగా ఉండే సమీకరణం $2x - y + 5 = 0$

సంక్షిప్త పద్ధతి

(1) (2, –5) / (4, –6) (2) $\Rightarrow 2x - y = 2(-1) - 3$

$2x - y + 5 = 0$

మోడల్ - VII

ఉదాహరణ: $2x + 3y + 7 = 0$ సమీకరణానికి సమాంతరంగా ఉంటూ (5, 4) బిందువు గుండావెళ్లే సమీకరణాన్ని కనుక్కోండి?

1) $2x - 3y - 22 = 0$
2) $3x - 2y - 22 = 0$
3) $2x + 3y - 22 = 0$
4) $3x + 2y - 22 = 0$

సాధన: $2x + 3y + 7 = 0$ కు సమాంతరంగా ఉండే సమీకరణం $2x + 3y + k = 0$ (5, 4) బిందువు గుండావెళుతుంది.

$2 (5) + 3 (4) + k = 0$

$10 + 12 + k = 0 \Rightarrow k = -22$

∴ కావలసిన సమీకరణం $2x + 3y - 22 = 0$

ఉదాహరణ: A(2, –5) B(4, –6) బిందువుల గుండా వెళ్లే (–1, 3) బిందువుకు సమాంతరంగా ఉండే సరళరేఖ సమీకరణం కనుక్కోండి?

1) $x + 2y - 5 = 0$ 2) $2x + y - 5 = 0$
3) $3x + 2y + 1 = 0$ 4) $x - 2y + 5 = 0$

సాధన: $A(x_1, y_1)$ $B(x_2, y_2)$ బిందువుల గుండావెళ్లే సరళరేఖ సమీకరణం

$(x - x_1)(y_2 - y_1) = (y - y_1)(x_2 - x_1)$

$(x - 2)(-6 - (-5)) = (y - (-5))(4 - 2)$

$(x - 2)(-6 - (-5) = (y + 5)(2)$

$(x - 2)(-1) = (y + 5)2$

$-x + 2 = 2y + 10$

$x + 2y + 10 - 2 > 0$

$x + 2y + 8 = 0$ దీనికి సమాంతరంగా ఉండి (–1, 3) బిందువు గుండావెళుతుంది.

$x + 2y + k > 0$

$-1 + 2(3) + k > 0$

$\Rightarrow k = -5$

$x + 2y - 5 = 0$

మాదిరి ప్రశ్నలు

1. బిందువులు (–3, 10), (6, –8)లచే ఏర్పడే రేఖాఖండాన్ని బిందువు (–1, 6) ఏ నిష్పత్తిలో విభజిస్తుంది?
1) 3 : 7 2) 1 : 7 3) 5 : 7 4) 2 : 7

2. బిందువులు A(5, 2), B(9, –3), C(–3, –5)లు శీర్షాలుగా ఉన్న త్రిభుజ వైశాల్యం కనుక్కోండి?
1) 29 చ.మీ. 2) 19 చ.మీ.
3) 38 చ.మీ. 4) 49 చ.మీ.

3. బిందువులు (–4, –2) (–3, –5) (3, –2), (2, 3) శీర్షాలుగా ఉన్న చతుర్భుజ వైశాల్యం కనుక్కోండి?
1) 15 చ. యూ. 2) 16.5 చ. యూ.
3) 17.5 చ. యూ. 4) 18.5 చ. యూ.

4. బిందువు (3, –4) గుండావెళుతూ $\frac{-2}{3}$ వాలు కలిగిన సరళరేఖ సమీకరణాన్ని కనుక్కోండి?
1) $2x + 3y + 6 = 0$ 2) $3x + 2y + 5 = 0$
3) $2x + 3y + 7 = 0$ 4) $3x + 2y + 7 = 0$

5. (1, 1) (2, 3) బిందువుల గుండాపోతూ (4, –3) బిందువుకు లంబంగా ఉండే సరళరేఖ సమీకరణాన్ని కనుక్కోండి?
1) $x + y + 2 = 0$ 2) $2x + y + 2 = 0$
3) $x + 2y + 2 = 0$ 4) $x - 2y - 2 = 0$

సమాధానాలు

1-4	2-1	3-2	4-1	5-3